

2018

Iº Medio

Productos Notables

Nombre: _____ Curso: _____

Índice

1. Productos notables	3
1.1. Cuadrado de un binomio	3
1.1.1. Representación gráfica	3
1.1.2. Ejercicios	3
1.2. Cubo de un binomio	6
1.2.1. Ejercicios	6
1.3. Suma por su diferencia	9
1.3.1. Ejercicios	9
1.4. Producto de binomios con término común	12
1.4.1. Ejercicios	12
1.5. Cuadrado de un polinomio	15
1.5.1. Trinomio al cuadrado	15
1.5.2. Polinomio de cuatro términos al cuadrado	15
1.5.3. Ejercicios	15

1. Productos notables

Son productos algebraicos que responden a una regla cuya aplicación simplifica la obtención del resultado.

1.1. Cuadrado de un binomio

El cuadrado de un binomio a es igual al cuadrado del primer término más o menos el doble producto del primer término por el segundo y más el cuadrado del segundo término.

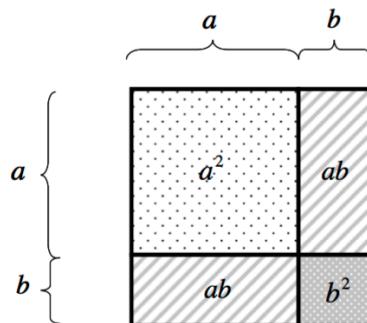
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Ejemplo 1 : $(4 - x)^2 = (4)^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + x^2 = 16 - 8x + x^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

Ejemplo 2 : $(2x + 3y) = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 =$

Ejemplo 3 : $\left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{4}b\right)^2 = \left(\frac{2}{3}a\right)^2 + 2\left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{5}{4}b\right) + \left(\frac{5}{4}b\right)^2 = \frac{4}{9}a^2 + \frac{5}{3}ab + \frac{25}{16}b^2$

1.1.1. Representación gráfica



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.1.2. Ejercicios

Ejercicio 1 :

1. $(x + y)^2$

2. $(p - q)^2$

3. $(2p + q)^2$

$$4. (3a + b)^2$$

$$5. (2a - 3b)^2$$

$$6. (x + 1)^2$$

$$7. (a - 6)^2$$

$$8. (x + 9)^2$$

$$9. (3p - 1)^2$$

$$10. (x + 5)^2$$

$$11. (6x - 5y)^2$$

$$12. (2m - 1)^2$$

$$13. (6x^2y + 2x)^2$$

$$14. (4pq - 3q)^2$$

$$15. (9x^2 - 7y^2)^2$$

$$16. (8a^2b + 7ab^6)^2$$

$$17. (15x^2y - 3xy^2z^6)^2$$

$$18. (2a - 3b)^2 + (3a - 5b)^2$$

$$19. (11x - 5y)^2 - (13x + 3y)^2 + (x - 2y)^2$$

$$20. \left(\frac{a}{2} + 2b\right)^2 + \left(2a - \frac{b}{2}\right)^2$$

$$21. \left(3a - \frac{b}{5}\right)^2$$

$$22. \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{5}yz\right)^2$$

$$23. (0, 1a^2 - 0, 2abc)^2$$

$$24. (1, 5xy^2 + 2, 5x^2y)^2$$

$$25. \left(\frac{3}{4}a^2b^3 - \frac{3}{5}ab^6\right)^2$$

1.2. Cubo de un binomio

El cubo de un binomio es igual al cubo del primer número, más o menos el triple del producto del cuadrado del primer número por el segundo, más el triple del producto del primer número por el cuadrado del segundo, más o menos el cubo del segundo.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Ejemplo 4 $(x - 2)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

Ejemplo 5 $(2x - 3y)^2 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot -3y + 3 \cdot 2x \cdot (-3y)^2 - (3y)^3 = 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

1.2.1. Ejercicios

Ejercicio 2 :

1. $(a + b)^3$

2. $(p - q)^3$

3. $(x + 2)^3$

4. $(a - 3)^3$

5. $(t + 4)^3$

6. $(2 - a)^3$

7. $(2a - b)^3$

8. $(3a - 5b)^3$

$$9. (2x + 3y)^3$$

$$10. (1 - 3y)^3$$

$$11. (2 + 3t)^3$$

$$12. (3a - 2x)^3$$

$$13. (5a - 1)^3$$

$$14. (3a^2 - 2a)^3$$

$$15. (t^2 + t^3)^3$$

$$16. (1 + x^4)^3$$

$$17. (2t - 3a^2)^3$$

$$18. (u^2 + 5v)^3$$

$$19. \left(\frac{1}{2} - a\right)^3$$

$$20. \left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^3$$

$$21. \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b\right)^3$$

$$22. \left(\frac{5}{2}p + \frac{3}{2}q\right)^3$$

$$23. \left(\frac{1}{10}m - \frac{1}{5}n\right)^3$$

$$24. \left(a - \frac{a}{3}\right)^3$$

$$25. \left(\frac{1}{2}t + 2t^2\right)^3$$

1.3. Suma por su diferencia

La suma de dos números multiplicada por su diferencia es igual a la diferencia de sus cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo 6 $(a - 2)(a + 2) = a^2 - 4$

Ejemplo 7 $(3x - \frac{1}{3})(3x + \frac{1}{3}) = 9x^2 - \frac{1}{9}$

1.3.1. Ejercicios

Ejercicio 3 :

1. $(u - v)(u + v)$

2. $(x + 2y)(x - 2y)$

3. $(3a - b)(3a + b)$

4. $(5x^2 - 3y)(5x^2 + 3y)$

5. $(2x - 3xy)(2x + 3xy)$

6. $(6a + 1)(6a - 1)$

7. $(9m^2 - 3n)(9m^2 + 3n)$

8. $(-4a^2b + 5b)(4a^2b + 5b)$

$$9. (-6m^2n^3 - 7m)(-6m^2n^37m)$$

$$10. (10a^2 - 1)(10a^{2+1})$$

$$11. \left(b^2 - \frac{1}{2}\right) \left(b^2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$12. \left(\frac{2a}{3} - 5b\right) \left(\frac{2a}{3} + 5b\right)$$

$$13. (2a + b)(2a - b) - (2a + b)^2$$

$$14. (a + 5x)(a - 5x)$$

$$15. (-9x^2 + 5xy)(-9x^2 - 5xy)$$

$$16. (13n^5p^2 + 1)(13n^5p^2 + 1)$$

$$17. (1 - a)(1 + a) - (1 - 2a)(1 + 2a)$$

$$18. (x^2 - 2xy)(x^2 + 2xy) + (x^2 + 2xy)^2$$

$$19. (1 - w^5)(1 + w^5)$$

$$20. \left(\frac{3}{4}p^7 - \frac{2}{5}q^4\right) \left(\frac{3}{4}p^7 + \frac{2}{5}q^4\right)$$

$$21. \left(\frac{abc}{2x} + 4x\right) \left(\frac{abc}{2x} - 4x\right)$$

$$22. (0,05x^{12} - 2)(0,05x^{12} + 12)$$

$$23. (6x^5y^2z^3 - 1)(6x^5y^2z^3 + 1)$$

$$24. \left(2p + \frac{q}{4}\right) \left(2p - \frac{q}{4}\right)$$

$$25. (0,3x^2y - 2z)(0,3x^2y + 2z)$$

1.4. Producto de binomios con término común

El producto de dos binomios con un término común es igual al cuadrado del primer término, más el producto de la suma de los dos segundos términos por el término común, más el producto de los términos no comunes.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejemplo 8 $(x - 2)(x + 4) = x^2 + (-2 + 4)x + (-2 \cdot 4) = x^2 + 2x - 8$

Ejemplo 9 $(x^2 + 4)(x^2 + 5) = (x^2)^2 + (4 + 5)x^2 + (4 \cdot 5) = x^4 + 9x^2 + 20$

Ejemplo 10 $(2a + 3b)(2a + 5b) = (2a)^2 + (3b + 5b) \cdot 2a + (3b \cdot 5b) = 4a^2 + 16ab + 15b^2$

Ejemplo 11 $\left(\frac{3a}{5} - 5b\right)\left(\frac{3a}{5} + 8b\right) = \left(\frac{3a}{5}\right)^2 + (-5b + 8b)\frac{3a}{5} + (5b \cdot 8b) = \frac{9a^2}{25} + \frac{9ab}{5} - 40b^2$

1.4.1. Ejercicios

Ejercicio 4 :

1. $(a + 2)(a + 3)$

2. $(x + 5)(x + 4)$

3. $(t + 2)(t - 3)$

4. $(a + 5)(a - 9)$

5. $(x - 8)(x - 1)$

6. $(a - 7)(a - 9)$

7. $(x + 2)(x - 12)$

$$8. (x + 3)(x + 8)$$

$$9. (x - 4)(x - 6)$$

$$10. (x + 6)(x - 2)$$

$$11. (x - 3)(x - 8)$$

$$12. (x - 13)(x + 2)$$

$$13. (a - 7)(a + 12)$$

$$14. (x^2 + 5)(x^2 + 3)$$

$$15. (a^2 - 3)(a^2 + 4)$$

$$16. (2b + 5)(2b + 9)$$

$$17. (6x - 3)(6x + 5)$$

$$18. (2a + 3b)(2a + 5b)$$

$$19. (3a^2 - 2b)(3a^2 - 5b)$$

$$20. (9a - 4)(9a + 11)$$

$$21. (6x^2 - 2y)(6x^2 - 7)$$

$$22. (4a^2b - 3a)(4a^2b + 9a)$$

$$23. \left(\frac{a}{4} - 2b\right) \left(\frac{a}{4} - 6b\right)$$

$$24. \left(\frac{3a}{5} - 5b\right) \left(\frac{3a}{5} + 8b\right)$$

$$25. \left(\frac{3p}{4} + 3q\right) \left(\frac{3p}{4} + q\right)$$

1.5. Cuadrado de un polinomio

1.5.1. Trinomio al cuadrado

El producto de un trinomio por sí mismo recibe el nombre de cuadrado de un trinomio. El desarrollo del cuadrado del trinomio $(a + b + c)$ corresponde a:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

1.5.2. Polinomio de cuatro términos al cuadrado

El desarrollo corresponde a:

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

En general, el cuadrado de un polinomio está dado por la suma de los cuadrados de cada uno de sus términos más el doble producto algebraico de sus términos, tomados de dos en dos.

1.5.3. Ejercicios

Ejercicio 5 :

1. $\left(\frac{1}{x} + x + x^2\right)^2$

2. $(2a - 3b - c)^2$

3. $(x^3 - x + 3x^4)^2$

4. $(1 - 2x - 3x^3)^2$

5. $(1 + m + m^2 - m^3)^2$

6. $(ab - ac - 2a - 1)^2$

7. $\left(\frac{1}{3} + 3x - \frac{2}{5}x^2 - x^3\right)^2$