

Departamento de Matemática

Guía de Ejercicios N° 7

Algebra
Progresiones

III° Medio
Electivo Económico

Ejercicios

1) Encontrar los términos a_1 , a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones, cuyo término general a_n es:

a) $a_n = 2n - 1$

b) $a_n = \frac{4n - 3}{2}$

c) $a_n = n^2 - 3n + 5$

d) $a^n = 2^{n-1}$

e) $a_n = (-3)^n$

2) Determinar cuáles de las siguientes sucesiones son Progresiones Aritméticas:

a) 1, 6, 11, 16, ...

b) $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, ...

c) 4, -1, -6, -11, ...

d) 9, 12, 16, ...

e) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...

f) 7, $9 + 3p$, $11 + 6p$, ...

3) Hallar el 16º término de la P.A.: 4, 7, 10,...

4) Hallar la suma de los 12 primeros términos de la P.A.: 3, 8, 13,...

5) Hallar el 40º término y la suma de los primeros 40 primeros términos de la P.A.: 10, 8, 6,...

6) ¿Qué término de la progresión 5, 14, 23,...es 239?

7) Hallar la suma de la 100 primeros enteros positivos múltiplos de 7.

8) Hallar cuántos enteros consecutivos a partir de 10 se deben tomar para que su suma valga 2.035

9) Hallar el tiempo que se empleará en saldar una deuda de 880 dolares pagando 25 dolares el primer mes, 27 dolares el segundo, 29 dolares el tercero, etc.

10) ¿Cuántos términos de la P.A. 24, 22 20,... se necesitan para que la suma sea 150? Escribir los términos.

11) Determinar la P.A. donde la suma de los n primeros términos es $n^2 + 2n$

12) Interpolar los términos que se indican:

a) cuatro entre 7 y 17

b) cinco entre 32 y 14

c) seis entre -18 y 17

13) Interpolar los términos que se indican, de modo que resulte una progresión aritmética:

a) Cuatro términos entre 15 y 30

b) Cuatro términos entre 15 y 5

c) Seis términos entre 3 y 38

d) Cinco términos entre 1 y 25

Sol: a) $d = 3$; b) $d = -2$; c) $d = 5$; d) $d = 4$

14) Calcula el término a_{15} de una progresión aritmética donde el primer término es 3 y la diferencia 5.
Sol: $a_{15} = 73$

15) Halla la suma de los términos de una progresión aritmética en los siguientes casos:

a) De los 10 primeros términos de: 1, 6, 11,...

- b) De los 20 primeros términos de: 22, 23, 24,...
- c) De los 30 primeros términos de: $1/2$, $3/4$, 1...
- Sol: a) $a_{10}=46$, $S=235$; b) $a_{20}=41$, $S=630$; c) $a_{30}=31/4$, $S=495/4$.
- 16) Halla la suma de los 12 primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que $a_3 = 7$ y $a_{10} = 21$.
Sol: $S = 168$.
- 17) Halla la suma de los 10 primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que $a_1 = 7$ y $a_{10} = 52$.
Sol: $S = 295$.
- 18) Halla la suma de los 100 primeros números naturales: 1, 2, 3, ..., 1000.
Sol: 5.050
- 19) Halla la suma de los números pares: 2, 4, 6, ..., 100.
Sol: 2.525
- 20) Prueba cuales de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y cuales no. Y de las que sean calcula su razón.
- a) 5, $5/3$, $5/9$, $5/27$,...
- b) 3, 12, 60, ...
- c) 54, 36, 24, 16, ...
- Sol: a) Si $r=1/3$; b) No; c) Si $r=2/3$
- 21) Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, ...
Sol: $a_{10} = 2^{10}$
- 22) Hallar el décimo término de la progresión: $1/64$, $1/32$, $1/16$, ...
Sol: $r=2$, $a_{10} = 8$
- 23) Determinar los seis primeros términos de una progresión geométrica si los dos primeros valen 5 y 3, respectivamente.
Sol: 5, 3, $9/5$, $27/25$, $81/125$, $243/625$
- 24) El término a_5 de una progresión geométrica es 324 y la razón 3. Hallar el primer término.
Sol: 4
- 25) En una progresión geométrica se sabe que $a_5 = 48$ y $a_{10} = 1.536$. Hallar el primer término y la razón.
Sol: $a_1 = 3$, $r = 2$
- 26) En una progresión geométrica $a_{10} = 64$ y la razón es $1/2$. Hallar el término octavo.
Sol: $a_8 = 256$
- 27) Indica la razón de las siguientes progresiones:
- a) 1, 4, 16, 64...
- b) -2, 10, -50, 250...
- c) 2, $1/2$, $1/8$, $1/32$...
- Sol: a) 4; b) -3; c) -5; d) $1/3$; e) $1/4$; f) $-1/3$
- 28) Calcula el octavo término de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...
Sol: 384
- 29) En una progresión geométrica $a_1 = 10$ y $a_{10} = 5.120$. Hallar el término a_5 .
Sol: $a_5 = 160$
- 30) Dos términos consecutivos de una progresión geométrica son 54 y 81, respectivamente. Hallar el lugar que ocupan en la progresión, si el primer término es 24.
Sol: puestos 3 y 4

-
- 31) En una progresión geométrica $a_5 = 2$ y $a_7 = 8$. Hallar la razón y los primeros 5 términos.
Sol: a) $r = 2$; b) $1/8, 1/4, 1/2, 1, 2$
- 32) Calcula el décimo segundo término de la progresión: $1/3, 1, 3, 9, 27\ldots$
Sol: 59.049
- 33) Halla el primer término de una progresión geométrica sabiendo que la razón es $1/2$ y el octavo término es $17/64$.
Sol: 34
- 34) Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.
Sol: 3
- 35) En una progresión geométrica $a_1 = 3$ y la razón 2, hallar el lugar que ocupa el término que vale 1.536.
Sol: $n = 10$
- 36) En una progresión geométrica $a_2 = 5$ y la razón 3, hallar el lugar que ocupa el término que vale 2.187.
Sol: $n = 9$
- 37) Intercalar 4 términos entre 4 y 972 de modo que formen una progresión geométrica.
Sol: $r = 3$. 12, 36, 108, 324
- 38) Halla el primer término de una progresión geométrica de razón 3 y cuyo sexto término es 27.
Sol: $1/9$
- 39) Interpolar 6 términos entre 64 y $1/2$ de modo que formen progresión geométrica.
Sol: $r = 1/2$. 32, 16, 8, 4, 2, 1
- 40) Intercalar 3 términos entre 5 y 405 de modo que formen progresión geométrica.
Sol: $r = 3$. 15, 45, 135
- 41) En una progresión geométrica $a_1 = 2$ y la razón $r = 3$, hallar el término a_5 y el producto de los cinco primeros términos.
Sol: $a_5 = 162$; $P = 1.889.568$
- 42) Hallar tres números en progresión geométrica sabiendo que su suma es 31 y su producto 125.
Sol: $r = 5$. 1, 5, 25
- 43) Hallar el producto de los 7 primeros términos de una progresión geométrica sabiendo que el central vale 5.
Sol: 78.125
- 44) Hallar la suma de los cinco primeros términos de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...
Sol: 93
- 45) Hallar la suma de los diez primeros términos de la progresión geométrica: 768, 384, 192...
Sol: $3069/2$
- 46) Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, por ejemplo, da 5 campanadas a las 5 de la tarde. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?
Sol: 228 campanadas.
- 47) Calcular el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4m, que la azotea está a 37 m del suelo, y que la altura de cada piso es de 2,75m.
Sol: 13 pisos.
- 48) Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?
Sol: El día 21 nadó 115 minutos; a lo largo de los 21 días nadó 1.365 minutos.
-

-
- 49) Un estudiante trabaja de cartero para ayudarse con sus estudios. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el vigésimo día repartió 2.285 cartas:
- a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el décimo?
Sol: 1º día, 1.715 cartas; 10º día, 1.985 cartas.
 - b) ¿En qué día repartió 2.165 cartas?
Sol: El día 16.
 - c) Calcular cuántas cartas repartió hasta el día 15.
Sol: 28.874 cartas.
- 50) El tercer término de una Progresión Geométrica es 12, y la razón, 5; calcular la suma de los 10 primeros términos.
Sol: $S_{10} = 3.069$
- 51) Una pequeña ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de estos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Estos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?
Sol: En 9 horas.

Respuestas

- 1) *a)* $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{10} = 19$
 b) $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_{10} = \frac{37}{2}$
 c) $a_1 = 3, a_2 = 3, a_{10} = 75$
 d) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{10} = 512$
 e) $a_1 = -3, a_2 = 9, a_{10} = 59.049$
- 2) *a)* Si
 b) Si
 c) Si
 d) No
 e) No
 f) Si
- 3) 49
- 4) 366
- 5) -1.160
- 6) 27
- 7) 35.350
- 8) 55 enteros
- 9) 20 meses
- 10) $n = 10, n = 15$
- 11) *a)* 9, 11, 13, 15
 b) 29, 26, 23, 20, 17
 c) -13, -8, -3, 2, 7, 12