

2017

8º Básico

Factorización

Nombre: _____ Curso: _____

1. Factorización

Un factor es cada uno de los números que se multiplican para formar un producto. Por ejemplo:

$3 \cdot 2 = 6$, factores de 6 son 3 y 2.

$7 \cdot 2 = 14$, factores de 14 son 7 y 2.

$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$, factores de 30 son 5, 3 y 2.

En los ejemplos anteriores el 2 aparece como factor común de 6, 14 y 30, es decir, se dividen por un mismo factor común.

Cuando una expresión algebraica está contenida exactamente en todos y cada uno de los términos de un polinomio, se dice que es factor común de ellos.

Ejemplo 1. :

1. El término $3x^2$ es factor común de $6x^4$ y de $9x^3$ y de $-12x^2y^2$ porque cada monomio puede expresarse como el producto de $3x^2$ por otro término, es decir:

$$6x^4y = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot 2x^2y$$

$$9x^3 = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot 3x$$

$$-12x^2y^2 = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot -4y^2$$

2. EL término $4ab^2$ es factor común de $28a^2b^3$, de $-20a^3b^2$ y de $8ab^3$

$$28a^2b^3 = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot 7ab$$

$$-20a^3b^2 = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot -5a^2$$

$$8ab^3 = \underbrace{4ab^2}_{F.C.} \cdot 2b$$

1.1. Monomio como factor común

Para encontrar el factor común de los términos de un polinomio se busca el máximo común divisor (MCD) de los coeficientes numéricos de todos los términos, y de los factores literales que aparezcan en todos los términos, se escogen los que tengan el menor exponente.

Ejemplo 2. Factorizar los siguientes polinomio

1. $4a^3b + 10a^2b^2$

El MCD de 4 y 10 es 2.

El MCD de los factores literales es el de menor exponente que estén en todos los términos.

El MCD entre a^3b y a^2b^2 es a^2 y b .

El factor común es $2a^2b$

Por lo tanto $4a^3b + 10a^2b^2 = 2a^2b(2a + 5b)$

2. $6x^5y^3z + 18x^3y^4z^5 - 21x^4y^2z^4$

El MCD de 6, 18 y -21 es 3

El MCD de los factores literales de menor exponente que aparecen en todos los términos son:

x^3, y^2 y z

Por lo que el factor común es: $3x^3y^2z$

Así que $6x^5y^3z + 18x^3y^4z^5 - 21x^4y^2z^4 = 3x^3y^2z(2x^2y + 6y^2z^4 - 7xz^3)$

$$3. \ k^2 + km = k(k + m)$$

$$4. \ 12p^2 + 3pq = 3p(4p + q)$$

$$5. \ 16x^6 - 56x^4 + 24x^2 - 40x^5 + 32x^3 = 8x^2(2x^4 - 7x^2 + 3 - 5x^3 + 4x)$$

$$6. \ \frac{3}{2}e^2f^4 + \frac{15}{2}e^4f^3 = \frac{3}{2}e^2f^3(f + 5e^2)$$

Ejercicio 1. Identifica el factor común y factoriza:

$$1) \ m^2 + 3m =$$

$$2) \ a^2 + ab =$$

$$3) \ 3a - 12ab =$$

$$4) \ a^2b^2 + a^3b^3 - ab =$$

$$5) \ 2pq^2 - 3p^2q =$$

$$6) \ 6x^2y^5 - 12x^2y^6 - 18x^3y^4 =$$

$$7) \ 2ab + 2ac + 2ad =$$

$$8) \ 26x^2y^6 - 13x^6y^2 =$$

$$9) \ x^2y^2 - xy =$$

$$10) \ 21a^6 - 14a^5 + 56a^7 =$$

$$11) \ a + a^2 + a^3 + a^4 =$$

$$12) \ 3a^2b - 6a^3b - 12ab^3 =$$

$$13) \ 15mn - 10m =$$

$$14) \ 2q + 2q^2 + 2q^6 =$$

$$15) \ 10q^5 - 30pq^5 - 15pq^6 =$$

$$16) \ 18gh^5 - 4g^2h^2 - 8g^3h^3 =$$

$$17) \ 7y^6x^2 - 35yx^4 - 28y^4 =$$

$$18) \ 2 - 2x =$$

$$19) \ a + a^2 =$$

$$20) \ a^6 - 7a^5 - 5a^4 =$$

$$21) \ 4m^5r^6 - 6m^4r^5 - 16m^5r^3 =$$

$$22) \ a^2b^2c^6 - a^3b^5c^2 + a^7b^3c^2 =$$

$$23) \ x^2 - x^2y^2 - x^2y^3 + x^2y^4 =$$

$$24) \ 2xyz - 2xy =$$

$$25) \ 6a + 36a^6 =$$

$$26) \ t^9 + t^8 + t^5 =$$

$$27) \ 12ab^6 - 12ab^5 =$$

$$28) \ x^6y^9z^{12} + x^6y^8z^6 + x^5y^8z^{10} =$$

$$29) \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{2} - \frac{a^4}{2} =$$

$$30) \frac{3a}{b} + \frac{12a}{b^2} - \frac{21a}{b^3} =$$

$$31) \frac{p^2q^2}{2ab} + \frac{pq}{2ac} + \frac{p^3}{2abc} =$$

$$32) \frac{c^5}{5} - \frac{c^4}{10} - \frac{c^3}{15} =$$

2. Polinomio como factor común

En una expresión, cuando el máximo común divisor (MCD) de todos los términos es un polinomio entonces se puede descomponer como el producto de este factor común por un polinomio cuyo resultado sea la expresión original.

Ejemplo 3. Factorizar la siguientes expresiones

$$1. \ 5(a + b) + k(a + b)$$

El MCD de los todos los términos es: $(a + b)$

$$\text{Por lo tanto } 5(a + b) + k(a + b) = (a + b)(5 + k)$$

$$2. \ 6r(m - 3n) - 8q(m - 3n) + 11s(m - 3n)$$

El MCD de los todos los términos es: $(m - 3n)$ así que:

$$6r(m - 3n) - 8q(m - 3n) + 11s(m - 3n) = (m - 3n)(6r - 8q + 11s)$$

$$3. \ w(x + 3y - 2z) - 1(x + 3y - 2z) + 4p(x + 3y - 2z)$$

El MCD de los todos los términos es: $(x + 3y - 2z)$

$$\text{Así que: } w(x + 3y - 2z) - x - 3y + 2z + 4p(x + 3y - 2z) = (x + 3y - 2z)(w - 1 + 4p)$$

Ejercicio 2. Factorice las siguientes expresiones:

$$1) \ a(x + 1) + b(x + 1) =$$

$$2) \ x^2(p + q) + y^2(p + q) =$$

$$3) \ (1 - x) + 5c(1 - x) =$$

$$4) \ (x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$$

$$5) \ m(2a + b) + p(2a + b) =$$

$$6) \ (a^2 + 1) - b(a^2 + 1) =$$

$$7) \ a(2 + x) - (2 + x) =$$

$$8) \ (a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$$

$$9) \ a^2 + 1 - b(a^2 + 1) =$$

$$10) \ 4m(a^2 + x - 1) + 3n(x - 1 + a^2) =$$

$$11) \ (x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$$

$$12) \ (x + 1)(x - 2) + 3y(x - 2) =$$

$$13) \ (x^2 + 2)(m - n) + 2(m - n) =$$

$$14) \ a(x - 1) - (a + 3)(x - 1) =$$

$$15) \ 5x(b^2 + 1) + (x^2 + 1)(b^2 + 1) =$$

$$16) \ (m + n)3 + (m + n)5a =$$

$$17) \ a(a + 1) - b(a + 1) - a + 1 =$$

$$18) \ x(b + 2) - b + 2 + 3(b + 2) =$$

$$19) \ 2m(a - 1) - 3y(a - 1) + z(a - 1) =$$

$$20) \ p(2q + r + s) - 2q + r + s =$$

$$21) \ k(q + r) - b(q + r) - q + r =$$

$$22) \ 2x(n-1)-3y(n-1) =$$

$$23) \ 3x(x-2)-2y(x-2) =$$

$$24) \ a^3(a-b+1)-b^2(a-b+1) =$$

$$25) \ x^2(x + 1) + (x + 1) =$$

$$26) \ a(a^2 + 1) + 3(a^2 + 1) + x^2(1 + a^2) =$$

$$27) \ (x^2 + y^2 - z^2) - c(x^2 + y^2 - z^2) =$$

$$28) \ a(7x + y) - b(7x + y) =$$

3. Factorización de un trinomio de la forma $x^2 + px + q$

Para factorizar este trinomio se expresa como producto de dos binomios cuyo primer término para ambos sea x . Los términos no comunes deben cumplir con la condición de que su suma sea igual al coeficiente p y su producto al coeficiente q .

Ejemplo 4. Factorizar:

1. $x^2 + 7x + 10$

Buscar dos números que sumados sean 7 y multiplicados sea 10

Como 5 y 2 cumplen las condiciones $5 + 2 = 7$ y $5 \cdot 2 = 10$ la factorización es:

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$$

2. $x^2 - 11x + 24$

Buscar dos números que sumados sean -11 y multiplicados sea 24

Estos números son -8 y -3 ya que $-8 - 3 = -11$ y $-8 \cdot -3 = 24$ la factorización es:

$$x^2 - 11x + 24 = (x - 8)(x - 3)$$

Ejercicio 3. Factorizar las siguientes expresiones

1) $x^2 + 14x + 49 =$

2) $x^2 + 8x + 16 =$

3) $a^2 + 18a + 81$

4) $a^2 - 6a + 9 =$

5) $y^2 - 9y + 14 =$

6) $x^2 + 10x + 25 =$

7) $t^2 - 2t + 1 =$

8) $z^2 + 16z + 64 =$

9) $x^2 - 22x + 121 =$

10) $a^2 - 12a + 36 =$

$$11) \ x^2 + 5x + 6 =$$

$$12) \ x^2 + x - 6 =$$

$$13) \ x^2 - x - 6 =$$

$$14) \ x^2 - 5x + 6 =$$

$$15) \ a^2 - 5a - 36 =$$

$$16) \ a^2 + a - 30 =$$

$$17) \ a^2 + 8a + 7 =$$

$$18) \ y^2 + y - 56 =$$

$$19) \ a^2 - 13a + 40 =$$

$$20) \ n^2 + 28n - 29 =$$

$$21) \ n^2 - 6n - 40 =$$

$$22) \ m^2 + 13m - 30 =$$

$$23) \ a^2 + 7a - 60 =$$

$$24) \ a^2 + 14a + 33 =$$

$$25) \ x^2 - 5x - 36 =$$

$$26) \ a^2 - 2a - 35 =$$

$$27) \ x^2 - 2x - 15 =$$

$$28) \ y^2 - 13y + 22 =$$

$$29) \ c^2 - 12c - 28 =$$

$$30) \ b^2 + 19b + 84 =$$

4. Respuestas

Ejercicio 1.

1) $m(m + 3)$

2) $a(a + b)$

3) $3a(1 - 4b)$

4) $ab(ab + a^2b^2 - 1)$

5) $pq(2q - 3p)$

6) $6x^2y^4(-3x - 2y^2 + y)$

7) $2a(b + c + d)$

8) $13x^2y^2(2y^4 - x^4)$

9) $xy(xy - 1)$

10) $7a^5(8a^2 + 3a - 2)$

11) $a(1 + a + 2^2 + a^3)$

12) $3ab(-2a^2 + a - 4b^2)$

13) $5m(3n - 2)$

14) $2q(1 + q + q^5)$

15) $5q^5(2 - 6p - 3pq)$

16) $2gh^2(9h^3 - 2g - 4g^2h)$

17) $7y(x^2y^5 - 5x^4 - 4y^3)$

18) $2(1 - x)$

19) $a(1 + a)$

20) $a^4(a^2 - 7a - 5)$

21) $2m^4r^3(2mr^3 - 3r^2 - 8m)$

22) $a^2b^2c^2(c^4 - ab^3 + a^5b)$

23) $x^2(1 - y^2 - y^3 + y^4)$

24) $2xy(z - 1)$

25) $6a(1 + 6a^5)$

26) $t^5(t^4 + t^3 + 1)$

27) $12ab^5(b - 1)$

28) $x^5y^8z^6(xyz^6 + x + z^6)$

29) $\frac{a^2}{2}(1 - a - a^2)$

30) $\frac{1}{b^3}(3a(b^2 + 4b - 7))$

31) $\frac{p}{2a} \left(\frac{p^2}{b} + \frac{pq^2}{c} + \frac{q}{bc} \right)$

32) $\frac{c^3}{5} \left(c^2 - \frac{c}{2} - \frac{1}{3} \right)$

Ejercicio 2.

1. $(x + 1)(a + b)$

2. $(p + q)(x^2 + y^2)$

3. $(1 - x)(1 + 5c)$

4. $(n + 1)(x + y - 3)$

5. $(n + p)(2a + b)$

6. $(a^2 + 1)(1 - b)$

7. $(a - 1)(2 + x)$

8. $(a - 1)(a - 1)$

9. $(a^2 + 1)(1 - b)$

10. $(a^2 + x - 1)(4m + 3n)$

11. $(n + 1)(x + y - 3)$

12. $(x - 2)(x + 1 + 3y)$

13. $(m - n)(x^2 + 4)$

14. $3(x - 1)$

15. $(b^2 - 1)(x^2 + 5x + 1)$

16. $(m + n)(3 + 5a)$

17. $(a + 1)(a - b - 1)$

18. $(b + 2)(x + 2)$

19. $(a - 1)(2m - 3y + z)$

20. $(2q + r + s)(p - 1)$

21. $(q + r)(k - b - 1)$

22. $(n - 1)(2x - 3y)$

23. $(3x - 2y)(x - 2)$

24. $(a^3 - b^3)(a - b + 1)$

25. $(x + 1)(x^2 + 1)$

26. $(a^2 + 1)(a + 3 + x^2)$

27. $(x^2 + y^2 - z^2)(1 - c)$

28. $(7x + y)(a - b)$

Ejercicio 3.

1. $(x + 7)(x + 7)$ o $(x + 7)^2$
2. $(x + 4)(x + 4)$ o $(x + 4)^2$
3. $(a + 9)(a + 9)$ o $(a + 9)^2$
4. $(a - 3)(a - 3)$ o $(a - 3)^2$
5. $(y - 2)(y - 7)$
6. $(x + 5)(x + 5)$ o $(x + 5)^2$
7. $(t - 1)(t - 1)$ o $(t - 1)^2$
8. $(z + 8)(z + 8)$ o $(z + 8)^2$
9. $(x - 11)(x - 11)$ o $(x - 11)^2$
10. $(a - 6)(a - 6)$ o $(a - 6)^2$
11. $(x + 2)(x + 3)$
12. $(x - 2)(x + 3)$
13. $(x + 2)(x - 3)$
14. $(x - 2)(x - 3)$
15. $(a + 4)(a - 9)$
16. $(a - 5)(a + 6)$
17. $(a + 1)(a + 7)$
18. $(y - 7)(y + 8)$
19. $(a - 5)(a - 8)$
20. $(n - 1)(n + 29)$
21. $(n + 4)(n - 10)$
22. $(m - 2)(m + 15)$
23. $(a - 5)(a + 12)$
24. $(a - 5)(a + 12)$
25. $(x + 4)(x - 9)$
26. $(a + 5)(a - 7)$
27. $(x + 3)(x - 5)$
28. $(y - 2)(y - 11)$
29. $(c + 2)(c - 14)$
30. $(b + 7)(b + 12)$