

2017

Electivo Calculo II

Optimización

Profesor Alberto Alvaradejo Ojeda

1. Un jardinero dispone de 160 metros de alambre que va a utilizar para cercar una zona rectangular y dividirla en tres partes. Las alambradas de las divisiones deben quedar paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Qué dimensiones debe tener la zona cercada para que su área sea la mayor posible?

Solución $x = 40\text{m}$, $y = 20\text{m}$.

2. Se dispone de 400 metros de alambrada para cerrar un terreno rectangular. ¿Qué dimensiones deberá tener el terreno para que con esa alambrada se limite la mayor área posible?

Solución $x = 100$, $y = 100$

3. Un terreno de forma rectangular tiene $400m^2$ y va a ser alambrado. El precio del metro lineal de alambre es de \$4,000. ¿Cuáles serán las dimensiones del terreno que hacen que el costo de alambrar sea mínimo?

Solución $x = 20m$, $y = 20m$

4. (El Problema del Cable más Corto) Dos postes con longitudes de 6 y 8 metros respectivamente se colocan verticalmente sobre el piso con sus bases separadas una distancia de 10 metros. Calcule aproximadamente la longitud mínima de un cable que pueda ir desde la punta de uno de los postes hasta un punto en el suelo entre los postes y luego hasta la punta del otro poste.

Solución Longitud mínima $= L\left(\frac{30}{7}\right) = 2,32 + 9,83 = 17,20m$

5. Una ventana tiene la forma de un rectángulo coronado con un semicírculo. Encuentre las dimensiones de la ventana que deja pasar más luz, si su perímetro mide 5 metros.

Solución Dimensiones de la ventana: Ancho: $x = 1,4\text{m.}$; Alto: $y + r = 0,7 + 0,7 = 1,4\text{m.}$

6. Las páginas de un libro deben medir cada una 600cm^2 de área. Sus márgenes laterales y el inferior miden 2cm. y el superior mide 3cm. Calcular las dimensiones de la página que permitan obtener la mayor área impresa posible.

Solución $x = 4\sqrt{30}\text{cm.}$ e $y = 5\sqrt{30}\text{cm.}$

7. Una hoja de papel debe contener 18cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior han de tener 2cm . cada uno, y los laterales 1cm . Halla las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Solución $x = 10$ e $y = 5$.

8. Un hombre dispone de 1.000 m de tela metálica para construir una cerca rectangular aprovechando una pared ya existente. Halla las dimensiones de la cerca para que el área encerrada sea máxima.

Solución: $x = 250$ e $y = 500$.

9. Un segmento de longitud de 5 cm. apoya sus extremos en los semiejes positivos OX y OY , de tal manera que forma con éstos un triángulo. Halla las dimensiones del triángulo de área máxima.

Solución: $x = \sqrt{\frac{5}{3}}$; $y = \sqrt{\frac{10}{3}}$

10. Se tiene una ventana rectangular en la que el lado superior se ha sustituido por un triángulo equilátero. Sabiendo que el perímetro de la ventana es 6,6 m, hallar sus dimensiones para que la superficie sea máxima.

Solución: $x = 1,54$; $y = 0,99$

11. Dividir un segmento de 6 cm. de longitud en dos partes, con la propiedad de que la suma de las áreas del cuadrado y del triángulo equilátero contruidos sobre ellos sea máxima.

Solución: $x = 5,3$; $y = 0,7$

12. Entre todos los rectángulos de perímetro 12 m. ¿cuál es el que tiene la diagonal menor?

Solución: $x = 3$ e $y = 3$

13. Calcula el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo tal que la suma de las longitudes de sus dos catetos sea 4 cm.

Solución: $x = 2$ e $y = 2$.

14. En un jardín con forma de semicírculo de radio 10 m se va a instalar un huerto rectangular, uno de cuyos lados está sobre el diámetro y el opuesto a él tiene sus extremos en la parte curva. Calcula las dimensiones del huerto para que su área sea máxima.

Solución: Dimensión del huerto será de base = $10\sqrt{2}$ m; altura = $5\sqrt{2}$. Área máxima de 100 m^2 .

15. Encuentra dos números que cumplan que al sumarlos resulte 10 y la resta de uno de ellos menos el inverso del otro sea mínima.

Solución: $x = 19,54$; $y = -9,54$.