

# Distribución Normal

IVº Medio  
2017

Guía de Ejercicios

Profesor  
Alberto Alvaradejo Ojeda

## I.) Resolver los siguientes ejercicios

- 1) Hallar el área bajo la curva normal tipificada:
  - a) Entre  $Z = 0$  y  $Z = 1,2$
  - b) Entre  $Z = -0,68$  y  $Z = 0$
  - c) Entre  $Z = -0,46$  y  $Z = 2,21$
  - d) Entre  $Z = 0,81$  y  $Z = 1,94$
  - e) A la derecha de  $Z = -1,28$
- 2) Si **área** se refiere al área bajo la curva normal tipificada, hallar el valor o los valores de  $Z$  tales que:
  - a) El área entre 0 y  $Z$  sea 0,3770
  - b) El área a la izquierda de  $Z$  sea 0,8621
  - c) El área entre -1,5 y  $Z$  sea 0,0217
- 3) El peso medio de 500 estudiantes varones de una universidad es de 68,5 Kg. y la desviación típica es de 10 Kg. Suponiendo que los pesos están distribuidos normalmente, hallar el número de estudiantes que pesan:
  - a) Entre 48 y 71 kg.
  - b) Más de 91 kg.
- 4) La media del diámetro interior del conjunto de lavadoras producidas por una máquina es 1,275 cm. y la desviación típica de 0,0125 cm. El propósito para el cual se han diseñado las lavadoras permite una tolerancia máxima en el diámetro de 1,26cm. a 1,29 cm., de otra forma las lavadoras se consideran defectuosas. Determinar el porcentaje de lavadoras defectuosas producidas por la máquina, suponiendo que los diámetros están distribuidos normalmente.
- 5) Si  $X$  está distribuida normalmente con media 5 y desviación típica 2, hallar  $P(X > 8)$ .
- 6) Se tiene un programador de entrenamiento diseñado para mejorar la calidad de las habilidades de los supervisores de la línea de producción. Debido a que el programa es auto administrativo, los supervisores requieren un número diferente de horas para terminarlo. Un estudio de los participantes anteriores indica que el tiempo medio que se lleva completar el programa es de 500 h. y que esta variable aleatoria normalmente distribuida tiene una desviación estándar de 100 h.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que un participante elegido al azar requiera más de 500 h. para completar el programa?.
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome entre 500 h. y 650 h. para completar el programa de entrenamiento?.
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome más de 700 h. en completar el programa?.
  - d) Suponga que el director del programa de entrenamiento desea saber la probabilidad de que un participante escogido al azar requiera entre 550 y 650 h. para completar el trabajo requerido en el programa. ¿Cuánto ha de ser ese valor?
  - e) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tomará menos de 580 h. para completar el programa?
  - f) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato escogido al azar se tome entre 420h.y 570 h. para completar el programa?
- 7) Dada una variable con distribución normal de media  $\mu = 40$  y desviación estándar  $\sigma = 6$  encuentre el valor de  $x$  que tiene:
  - a) El 34 % del área a la izquierda.
  - b) El 5 % del área a la derecha.
- 8) Cierta pieza para automóvil tiene un promedio de duración de tres años, con una desviación estándar de 0,5 años. Suponga que las duraciones de las piezas están normalmente distribuidas y encuentre la probabilidad de que una pieza determinada tenga un tiempo de duración de más de 3,5 años.
- 9) Una fábrica de alimentos empaca productos cuyos pesos están normalmente distribuidos con media de 450 gramos y desviación estándar de 20 gramos. Encuentre la probabilidad de que un paquete escogido al azar pese entre 425 y 486 gramos.
- 10) En un proceso industrial el diámetro de una arandela es muy importante. El comprador establece en sus especificaciones que el diámetro debe ser de  $3,0 \pm 0,01$  mm. La condición es que no acepta ninguna arandela que se salga de estas especificaciones. Se sabe que en el proceso el diámetro de las arandelas tienen distribución normal con media de 3,0 mm y una desviación estándar de 0,005 mm. ¿Qué porcentaje de arandelas será rechazado?.

- 11) Determine el área situada debajo de la curva normal estándar que está:
- A la izquierda de  $z = 0,94$
  - A la derecha de  $z = -0,65$
  - A la derecha de  $z = 1,76$
  - A la izquierda de  $z = -0,85$
  - Entre  $z = -0,87$  y  $z = -1,28$
  - Entre  $z = -0,34$  y  $z = 0,62$
- 12) Determine las probabilidades de que una variable aleatoria tome un valor entre 12 y 15 dado que tenga una distribución normal con:
- $\mu = 10$  y  $\sigma = 5$
  - $\mu = 20$  y  $\sigma = 10$
- 13) Obtenga  $Z$  si:
- El área de la curva normal entre 0 y  $Z$  es 0,2019
  - El área de la curva normal a la derecha de  $Z$  es 0,8810
  - El área de la curva normal a la derecha de  $Z$  es 0,0336
  - El área de la curva normal entre  $-Z$  y  $Z$  es 0,2662
- 14) La cantidad de radiación cósmica a la cual está expuesta una persona mientras vuela en avión es una variable aleatoria que tiene una distribución normal con  $\mu = 4,35$  mrem y  $\sigma = 0,59$  mrem. Determine las probabilidades de que una persona que va en este vuelo está expuesta a:
- Más de 5,00 mrem de radiación cósmica.
  - Entre 3,00 y 4,00 mrem de radiación cósmica.
- 15) La cantidad real de café instantáneo que vierte una máquina en jarras de 4 onzas varía de una jarra a otra, y se puede fijar como una variable aleatoria que tiene una distribución normal con  $\sigma = 0,04$  onzas. Si sólo el 2 % de las jarras va a contener menos de 4 onzas de café. ¿Cuál debe ser el contenido medio de estas jarras?
- 16) Una empresa fabrica juntas teóricas para el trasbordador espacial de la NASA. Las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Un tipo de juntas ha de tener 5 centímetros de diámetro para que encaje como es debido; no puede variar arriba o abajo en más de 0,25 cm. sin provocar una fuga peligrosa. La empresa afirma que esta junta tiene 5 cm. de media con una desviación típica de 0,17 cm. Si estas cifras son correctas y se supone una distribución normal de los diámetros, los funcionarios de la NASA desean determinar:
- La proporción de juntas que se adaptarán correctamente.
  - La proporción de juntas que son defectuosas.
  - La probabilidad de que cualquier junta tenga un diámetro superior a 5,3 cm.
  - La probabilidad de que una junta tenga un diámetro comprendido entre 4,9 y 5,2 cm.
  - La probabilidad de que una junta elegida al azar tenga un diámetro entre 5,3 y 5,5 cm.
- 17) Las ventas mensuales de silenciadores en el área de Richmond, Virginia, tiene una distribución normal, con una media de \$1.200 y una desviación estándar de \$225. Al fabricante le gustaría establecer niveles de inventario de manera que solo haya 5 % de probabilidad de que se agoten las existencias. ¿Dónde se deben establecer los niveles de inventario?
- 18) En 2004 y 2005, el costo medio anual para asistir a una universidad privada en Estados Unidos era de \$20[.]082. Suponga que la distribución de los costos anuales se rigen por una distribución de probabilidad normal y que la desviación estándar es de \$4.500. El 95 % de los estudiantes de universidades privadas paga menos de ¿Qué cantidad?
- 19) El fabricante de una impresora láser informa que la cantidad media de páginas que imprime un cartucho antes de reemplazarlo es de 12.200. La distribución de páginas impresas por cartucho se aproxima a la distribución de probabilidad normal y la desviación estándar es de 820 páginas. El fabricante desea proporcionar lineamientos a los posibles clientes sobre el tiempo que deben esperar que les dure un cartucho. ¿Cuántas páginas debe indicar el fabricante por cartucho si desea obtener 99 % de certeza en todo momento?
- 20) Una distribución normal tiene una media de 80 y una desviación estándar de 14. Determine el valor por encima del cual se presentará 80 % de las observaciones.

## I.) Respuestas

- 1) a) 0,3849  
b) 0,2517  
c) 0,6636  
d) 0,1828  
e) 0,8997
- 2) a)  $Z = \pm 1,16$   
b)  $Z = 1,09$   
c)  $Z = -1,69$  y  $Z = -1,35$
- 3) a) Entre 289 y 290 estudiantes.  
b) Entre 6 y 7 estudiantes.
- 4) 23,02 %
- 5) 0,0668
- 6) a) 0,5  
b) 0,4332  
c) 0,0228  
d) 0,2417  
e) 0,7881  
f) 0,5461
- 7) a) 37,54  
b) 49,87
- 8) 0,1587
- 9) 0,8585
- 10) 4,56 %
- 11) a) 0,8264  
b) 0,7422  
c) 0,0392  
d) 0,1977  
e) 0,0919  
f) 0,3655
- 12) a) 0,1859  
b) 0,0966
- 13) a)  $Z = \pm 0,53$   
b)  $Z = -1,18$   
c)  $Z = 1,83$   
d)  $Z = \pm 0,34$
- 14) a) 0,1357  
b) 0,2666
- 15)  $\mu = 4,082$  onzas.
- 16) a) 0,8584  
b) 0,1416  
c) 0,0392  
d) 0,6034  
e) 0,0376
- 17) 1.571,25
- 18) 27.462.
- 19) 10.289,4
- 20) 0,8