

Teorema de la Probabilidad Total

Profesor Alberto Alvaradejo Ojeda

Teorema de la probabilidad total

El **Teorema de la probabilidad total** nos permite calcular la probabilidad de un suceso a partir de probabilidades condicionadas:

Supongamos que si llueve la probabilidad de que ocurra un accidente es $x\%$ y si hace buen tiempo dicha probabilidad es $y\%$.

Este teorema nos permite deducir cuál es la probabilidad de que ocurra un accidente si conocemos la probabilidad de que llueva y la probabilidad de que haga buen tiempo.

$$P(B) = (P(A_1)P(B / A_1) + (P(A_2)P(B / A_2) + \dots + P(A_n)P(B / A_n))$$

Ejemplo 1: Una fábrica produce 2 tipos de reguladores: del tipo A y del tipo B. El 75% de la producción es del tipo A y el 25% del tipo B.

Se sabe que el 95% de los reguladores del tipo A funcionan bien y el 98% de los del tipo B también funcionan bien.

Si se selecciona un regulador al azar de la producción de la fábrica ¿Cuál es la probabilidad de que funcione bien?

F : El regulador funciona bien

$$P(A) = 0,75, \quad P(F / A) = 0,95$$

$$P(B) = 0,25, \quad P(F / B) = 0,98.$$

Aplicando el Teorema de Probabilidad Total tenemos que:

$$P(F) = P(A) P(F / A) + P(B) P(F / B) = (0,75)(0,95) + (0,25)(0,98) = 0,9575$$

Ejemplo 2: Se sabe que el 32% de los habitantes de una ciudad que tiene más de 50 años de edad son hipertensos.

Sale al mercado un aparato nuevo para medir la presión arterial, el cual marca hipertensión en el 99.5% de las personas que son hipertensas y también marca hipertensión en el 0.8% de las personas que no son hipertensas.

Si se selecciona una persona al azar de más de 50 años de los que utilizan ese aparato ¿Cuál es la probabilidad de que marque hipertensión?.

Sean los eventos:

A = es un habitante de la ciudad hipertenso que tiene más de 50 años

B = es un habitante de la ciudad no hipertenso que tiene más de 50 años

M = es el aparato marca hipertensión

$$P(A) = 0,32, \quad P(M | A) = 0,995,$$

$$P(B) = 0,68, \quad P(M | B) = 0,008.$$

Mediante el Teorema de Probabilidad Total se tiene:

$$P(M) = P(A) P(M | A) + P(B) P(M | B) = (0,32)(0,995) + (0,68)(0,008) = 0,3238$$

- 1.- En la sala de pediatría de un hospital, el 60% de los pacientes son niñas. De los niños el 35% son menores de 24 meses. El 20% de las niñas tienen menos de 24 meses. Un pediatra que ingresa a la sala selecciona un infante al azar. Determine el valor de la probabilidad de que sea menor de 24 meses.
- 2.- Un médico cirujano se especializa en cirugías estéticas. Entre sus pacientes, el 20% se realizan correcciones faciales, un 35% implantes mamarios y el restante en otras cirugías correctivas. Se sabe además, que son de género masculino el 25% de los que se realizan correcciones faciales, 15% implantes mamarios y 40% otras cirugías correctivas. Si se selecciona un paciente al azar. Determine la probabilidad de que sea de género masculino
- 3.- Una compañía dedicada al transporte público explota tres líneas de una ciudad, de forma que el 60% de los autobuses cubre el servicio de la primera línea, el 30% cubre la segunda y el 10% cubre el servicio de la tercera línea.
Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un autobús se averíe es del 2%, 4% y 1%, respectivamente, para cada línea. Determina la probabilidad de que, en un día, un autobús sufra una avería.

4.- Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías: F1, F2, F3 y F4. El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10%, respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre defectuosamente envasado?

5.- En una Universidad el alumnado puede optar por cursar las asignaturas optativas A y B. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia la asignatura A y el resto la B. El 30% de los que estudian la asignatura A son hombres y de los que estudian la asignatura B son hombres el 40%. Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

6.- Una tienda de videojuegos ha hecho un estudio de mercado obteniendo que el 40 por ciento de las ventas han sido de videojuegos de acción, un 25 por ciento de videojuegos de simulación y el resto de videojuegos de aventura. Se ha estimado además, que entre las personas que han comprado videojuegos de acción, el 25 por ciento eran mujeres, mientras que en el caso de los videojuegos de simulación, el 65 por ciento de las compras han correspondido a mujeres. En el caso de los videojuegos de aventuras el porcentaje de compras hechas por hombres ha triplicado al de mujeres. La empresa decide elegir un cliente al azar para una campaña de publicidad. Calcula la probabilidad de que sea una mujer.